PHYSICS(R)

1. डिस्क के लिये, अपने ही तल में एक स्पर्श रेखीय अक्ष के परित: जड़त्व-आघूर्ण

$$= \frac{5}{4} M_1 R^2$$

$\therefore \quad M_1 k_1^2 = \frac{5}{4} M_1 R^2$ या $k_1 = \frac{\sqrt{5}}{2} R$

अब, एक वलय के लिये, अपने ही तल में एक स्पर्श रेखीय अक्ष के परित: जड़त्व-आघूर्ण $= \frac{3}{2} M_2 R^2$

$\therefore \quad M_2 k_2^2 = \frac{3}{2} M_2 R^2$ या $k_2 = \sqrt{\frac{3}{2}} R$

$$\therefore \quad \frac{k_1}{k_2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}/\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{5}{6}}$$

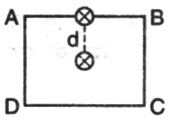
2. $$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{6 \times 14 + 4 \times 0}{6 + 4} = 8.4 \text{ मी/सेकण्ड}$$

3. $$\tau = 1.6 \times 1 = 1.6 \text{ न्यूटन-मीटर}$$

$$F = \frac{\tau}{d} = \frac{1.6}{0.4} = 4 \text{ न्यूटन}$$

4. कागज के तल के लम्बवत् तथा छड़ AB के मध्य बिन्दु से गुजरने वाली अक्ष के परित: घूमने वाली छड़ का जड़त्व-आघूर्ण $= \frac{Ml^2}{12}$



अत: उपरोक्त अक्ष के समान्तर तथा वर्ग के केन्द्र से गुजरने वाली अक्ष के परित: जड़त्व-आघूर्ण

$$I = I_0 + Md^2 = M\left(\frac{l^2}{12} + \frac{l^2}{4}\right)$$

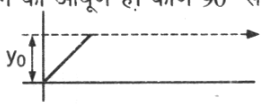
$$= \frac{Ml^2}{3} \qquad (\because d = l/2)$$

अत: वर्ग की सभी चार छड़ों के लिये अर्थात् पूर्ण वर्गाकार फ्रेम के लिये जड़त्व-आघूर्ण

$$I' = 4I = \frac{4}{3} Ml^2$$

5. चूँकि किसी बाह्य बल की अनुपस्थिति में निकाय का द्रव्यमान केन्द्र अपना वेग परिवर्तित नहीं करता, अत: ज्ञात स्थिति में निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की चाल v ही रहेगी।

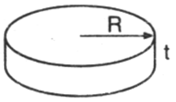
6. परिभाषा के अनुसार,
कोणीय संवेग मूल बिन्दु के परित: संवेग का आघूर्ण है। कोण 90° से कम होता चला जाता है। परन्तु कोणीय संवेग $= mv \times$ गति रेखा से लम्बवत् दूरी। गति रेखा से लम्बवत् दूरी नियत रहती है। अत: अपेक्षित उत्तर यही है कि कोणीय संवेग भी नियत है।



चित्र 6.155

7. चूँकि निकाय पर कोई बाह्य बल कार्य नहीं करता अत: निकाय के द्रव्यमान केन्द्र की चाल में कोई परिवर्तन नहीं होता। अत: वह शून्य ही रहती है।

8. **वृत्ताकार डिस्क 1 के लिये**
द्रव्यमान $= M$, त्रिज्या $= R_1 = R$, मोटाई $= t$
जड़त्व-आघूर्ण $I_1 = 0$
वृत्ताकार डिस्क 2 के लिये
मोटाई $= t$, द्रव्यमान $= M$



चित्र 6.156

परन्तु घनत्व $= \frac{1}{2} \times$ वृत्ताकार डिस्क 1 का घनत्व

माना त्रिज्या $= R_2$

अत: $$\pi R_2^2 t \times \frac{\rho}{2} = \pi R_1^2 t \times \rho = M$$

$\therefore \quad R_2^2 = 2R_1^2$ या $R_2 = \sqrt{2} R_1 = \sqrt{2} R$

चूँकि अक्ष द्रव्यमान केन्द्र से गुजरती है अत: जड़त्व-आघूर्ण $\propto$ (त्रिज्या)^2

$$\therefore \quad \frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 = \left(\frac{R}{\sqrt{2}R}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \quad I_2 = 2 I_1 = 2 I_0$$

9. कोणीय संवेग

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = rp \sin\theta$$

$|\vec{r} \times \vec{p}|$ का मान अधिकतम होता है जब $\vec{p}$, $\vec{r}$ के लम्बवत् होता है अर्थात् $\theta = 90°$।

11. माना कि दी गयी एक समान छड़ का द्रव्यमान M तथा लम्बाई L है। छड़ का एक सिरे से गुजरने वाली अक्ष के परित: जड़त्व-आघूर्ण

$$I_1 = \frac{1}{3} ML^2 \qquad \ldots(1)$$

जब इसे मोड़कर एक वलय बना लिया जाता है, तब $L = 2\pi R$

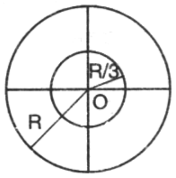
या, $$R = \frac{L}{2\pi} \qquad \ldots(2)$$

वलय का अपने एक व्यास के परित: जड़त्व-आघूर्ण

$$I_2 = \frac{MR^2}{2} = \frac{ML^2}{8\pi^2}$$

$$\therefore \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{ML^2}{3} \times \frac{8\pi^2}{ML^2} = \frac{8\pi^2}{3}$$

12. डिस्क का द्रव्यमान $= 9M$
डिस्क से निकाले गये भाग का द्रव्यमान $= M$
पूर्ण डिस्क का अपने केन्द्र O से गुजरने वाली तथा अपने तल के लम्बवत् अक्ष के परित: जड़त्व-आघूर्ण है :



$$I_1 = \frac{9}{2} MR^2$$

अब, निकाले गये भाग का जड़त्व-आघूर्ण

$$I_2 = \frac{1}{2} M\left(\frac{R}{3}\right)^2 = \frac{1}{18} MR^2$$

अत: डिस्क के बचे हुए भाग का O के परित: जड़त्व-आघूर्ण है :

$$I = I_1 - I_2 = \frac{9MR^2}{2} - \frac{MR^2}{18} = \frac{40MR^2}{9}$$

13. चूँकि निकाय पर कोई बाह्य बल-आघूर्ण नहीं लगाया गया है, अत: निकाय का कोणीय संवेग संरक्षित रहता है।

$$\therefore \quad L_i = L_f$$

दिये गये प्रश्न के अनुसार

$$I_t \omega_i = (I_t + I_b)\omega_f$$

या, $$\omega_f = \frac{I_t \omega_i}{(I_t + I_b)} \qquad \ldots(1)$$

प्रारम्भिक ऊर्जा, $E_i = \frac{1}{2} I_t \omega_i^2 \qquad \ldots(2)$

अन्तिम ऊर्जा, $E_f = \frac{1}{2}(I_t + I_b)\omega_f^2 \qquad \ldots(3)$

समीकरण (1) से ω_f का मान
समीकरण (3) में रखने पर, हम पाते हैं कि

$$\text{अन्तिम ऊर्जा } E_f = \frac{1}{2}(I_t + I_b)\left(\frac{I_t \omega_i}{I_t + I_b}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{I_t^2 \omega_i^2}{(I_t + I_b)} \qquad \ldots(4)$$

अत: ऊर्जा की हानि

$$\Delta E = E_i - E_f$$

$$= \frac{1}{2} I_t \omega_i^2 - \frac{1}{2} \frac{I_t^2 \omega_i^2}{(I_t + I_b)}$$

$$= \frac{\omega_i^2}{2}\left[I_t - \frac{I_t^2}{I_t + I_b}\right]$$

$$= \frac{\omega_i^2}{2}\left[\frac{I_t^2 + I_b I_t - I_t^2}{I_t + I_b}\right] = \frac{1}{2}\ \frac{I_b\, I_t}{(I_t + I_b)}\ \omega_i^2$$

14. तार की लम्बाई $= l$

माना कि इसे त्रिज्या r के एक वृत्ताकार वलय के रूप में मोड़ा जाता है।

इस प्रकार, वलय की त्रिज्या $r = \frac{l}{2\pi}$

वलय का अपनी अक्ष के परित: जड़त्व-आघूर्ण

$$I = mr^2 = m\left(\frac{l}{2\pi}\right)^2 = \frac{ml^2}{4\pi^2}$$

15. यदि मूल बिन्दु O_1 लिया जाये, तो कण 1 का कोणीय संवेग $= pb$

तथा कण 2 का कोणीय संवेग $= pb$

यह स्थिति रहेगी यदि मूल बिन्दु O_2 लिया जाये।

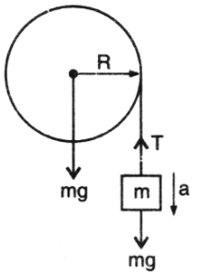
16.
$$v_{CM} = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$
$$= \frac{20 \times 2v + 10 \times v}{20 + 10} = \frac{40v + 10v}{30} = \frac{5v}{3}$$

18. घिरनी एवं द्रव्यमान का स्वतन्त्र वस्तु चित्र (free body diagram) निम्न है :

$$mg - T = ma$$

$\therefore$ $$a = \frac{mg - T}{m} \quad \ldots (1)$$

प्रश्नानुसार, घिरनी को एक वृत्ताकार डिस्क के रूप में लेना है।



डिस्क का कोणीय त्वरण

$$\alpha = \frac{\tau}{I} \quad \ldots (2)$$

यहाँ $\tau = T \times R$

तथा $I = \frac{1}{2} mR^2$ (वृत्ताकार डिस्क के लिए)

$\therefore$ $$T = \frac{\tau}{R} = \frac{\alpha I}{R} = \frac{\alpha \frac{1}{2} mR^2}{R} = \frac{mR\alpha}{2}$$

अत: $$a = \frac{mg - \frac{mR\alpha}{2}}{m}$$

$\therefore$ $$ma = mg - \frac{mR\alpha}{2} = mg - \frac{ma}{2} \quad \left(\because\ \alpha = \frac{a}{R}\right)$$

$\therefore$ $$a = \frac{2g}{3}$$

19. घिरनी पर आरोपित बल-आघूर्ण

$$I\alpha = \tau = FR \text{ या, } \alpha = \frac{FR}{I}$$

यहाँ $F = (20t - 5t^2)$

$R = 2$ मीटर, $I = 10$ किग्रा-मीटर^2

$\therefore$ $$\alpha = \frac{(20t - 5t^2) \times 2}{10} = (4t - t^2)$$

या $$\frac{d\omega}{dt} = (4t - t^2) \text{ या } d\omega = (4t - t^2)dt$$

अवकलन करने पर, $\omega = 2t^2 - \frac{t^3}{3}$

अत: $t = 6$ सेकण्ड पर, $\omega = 0$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2t^2 - \frac{t^3}{3}$$

$$d\theta = \left(2t^2 - \frac{t^3}{3}\right)dt$$

अवकलन करने पर, $\theta = \frac{2t^3}{3} - \frac{t^4}{12}$

अब $t = 6$ सेकण्ड पर, $\theta = 36$ रेडियन

$\therefore$ $$2\pi n = 36$$

या $$n = \frac{36}{2\pi} \quad \text{या} \quad n < 6$$

20.
$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{K^2}{R^2}}}$$

जहाँ K परिभ्रमण की त्रिज्या (radius of gyration) है।

वलय के लिए : $\frac{K^2}{R^2} = 1$

$\therefore$ $$v = \sqrt{\frac{2gh}{1+1}} = \sqrt{gh}$$

21. कोणीय संवेग, $L = I\omega$

घूर्णीय गतिज ऊर्जा, $K = \frac{1}{2} I\omega^2$

$$\frac{L}{K} = \frac{I\omega}{\frac{1}{2} I\omega^2} = \frac{2}{\omega} \quad \text{या} \quad L = \frac{2K}{\omega}$$

$\therefore$ $$\frac{L'}{L} = \frac{K'}{K} \times \frac{\omega}{\omega'} = \frac{K}{2K} \times \frac{\omega}{2\omega}$$

$\therefore$ $$L' = \frac{L}{4}$$

22. कोणीय संवेग के संरक्षण के नियमानुसार,

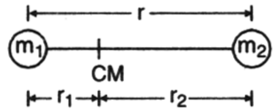
$$mvr = mv'r'$$
$$vr = v'(r/2) \quad \text{या} \quad v' = 2v$$

$\therefore$ $$\frac{K}{K'} = \frac{\frac{1}{2} mv^2}{\frac{1}{2} mv'^2} = \left(\frac{v}{v'}\right)^2$$

या $$\frac{K'}{K} = \left(\frac{v'}{v}\right)^2 = (2)^2$$

$\therefore$ $$K' = 4K$$

23.



चित्र 6.159

$$r_1 = \frac{m_2 r}{m_1 + m_2}, \qquad r_2 = \frac{m_1 r}{m_1 + m_2}$$

बोहर के कोणीय संवेग के क्वांटीकरण के नियम के अनुसार

$$(I_1 + I_2)\omega = \text{कोणीय संवेग} = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar$$

$\therefore$ $$\text{KE} = \frac{1}{2}(I_1 + I_2)\omega^2 = \frac{(I_1 + I_2)^2\omega^2}{2(I_1 + I_2)}$$

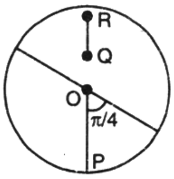
$$= \frac{n^2\hbar^2}{2(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2)}$$

अब $$m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = \frac{m_1 m_2^2 r^2}{(m_1 + m_2)^2} + \frac{m_2 m_1^2 r^2}{(m_1 + m_2)^2}$$

$$= r^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\therefore \quad KE = \frac{n^2 \hbar^2}{2\frac{m_1 m_2 r^2}{(m_1 + m_2)}} = \frac{n^2 \hbar^2 (m_1 + m_2)}{2m_1 m_2 r^2}$$

24. $t = \frac{1}{8} \times T = \frac{1}{8} \times \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi}{4\omega}$ पर

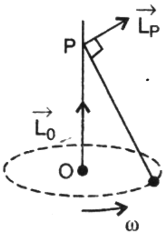


$x = P$ का निर्देशांक

$= vt = \omega R \times \left(\frac{\pi}{4\omega}\right) = \frac{\pi R}{4} > R\cos 45^\circ$

अत: दोनों कंकर P और Q अछायांकित क्षेत्र में ही वापस गिरेंगे।

25.



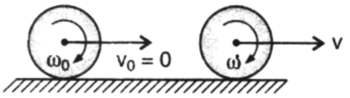
चित्र 6.161

26. $$\tau = \omega \frac{dI}{dt} = \omega \frac{d}{dt}[e + mv^2 t^2] = m\omega v^2 2t$$

अर्थात् $\tau \propto t$

अत: सही उत्तर विकल्प (b) है।

27. कोणीय संवेग के संरक्षण के नियमानुसार,



चित्र 6.162

स्पर्श बिन्दु पर $mr^2 \omega_0 = mvr + mr^2 \omega$

$$= mvr + mr^2 \left(\frac{v}{r}\right) = 2mvr$$

$$\therefore \quad v = \frac{r\omega_0}{2}$$

अत: सही उत्तर विकल्प (a) है।

28. ज्ञात है कि $L = 1.8$ किग्रा-मी^{2}/से

$M = 1.5$ किग्रा, $\omega = 0.3$ रेडियन/से

परिभ्रमण त्रिज्या

$$K = \sqrt{\frac{I}{M}} \text{ या, } I = MK^2$$

कोणीय संवेग

$$L = I\omega = MK^2\omega$$

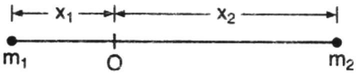
या, $1.8 = K^2 \times 1.5 \times 0.3$

या, $K^2 = \frac{1.8}{1.5 \times 0.3} = 4$

या, $K = 2$ मीटर

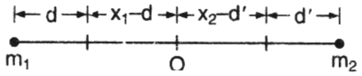
अत: सही उत्तर विकल्प (a) है।

29.



$$0 = \frac{m_1(-x_1) + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

या, $m_1 x_1 = m_2 x_2$ ...(1)



अन्त में,

$$0 = \frac{-m_1(x_1 - d) + m_2(x_2 - d')}{m_1 + m_2},$$

$0 = m_1(d - x_1) + m_2(x_2 - d')$ या,

$0 = m_1 d - m_1 x_1 + m_2 x_2 - m_2 d'$

$\therefore \quad d' = \frac{m_1}{m_2} d$ (समीकरण (1) से)

अत: सही उत्तर विकल्प (e) है।

30. यह ज्ञान आधारित प्रश्न है तथा इसका सही उत्तर विकल्प (a) है।

CHEMISTRY

31. (*d*) उत्पादन की मानक ऐन्थैल्पी की परिभाषा के अनुसार, $H_2O(l)$ की उत्पादन की मानक ऐन्थैल्पी निम्न रसायनिक समीकरण के द्वारा ज्ञात करते हैं

$$H_2(g) + \frac{1}{2}O_2(g) \longrightarrow H_2O(l)$$

या $H_2O(l)$ की मानक उत्पादन की ऐन्थैल्पी $\frac{1}{2}\Delta_r H^\ominus$ होगी

अत: $\Delta_f H^\ominus_{H_2O}(l) = \frac{1}{2} \times \Delta_r H^\ominus = \frac{-572 \text{ किलोजूल/मोल}^{-1}}{2}$

$= -286$ किलोजूल प्रति मोल

32. (*c*) मानक उत्पादन की ऊष्मा मेथेन गैस के लिये निम्न समीकरण के अनुसार होगी।

$$C(\text{ग्रेफाइट}) + 2H_2(g) \longrightarrow CH_4(g)$$

क्योंकि तत्व अपनी मानक अवस्था में लिये गये हैं।

33. (*c*) $CH_4(g) + 2O_2(g) \longrightarrow CO_2(g) + 2H_2O(l)$

$\Delta n_g = (n_p - n_r) = 1 - 3 = -2$

$\Delta H^\circ = \Delta U^\circ + \Delta n_g RT$

$\Delta H^\circ = -X - 2RT$

अत: $\Delta H^\circ < \Delta U^\circ$

34. (*b*) $A \longrightarrow B, \Delta H = +24$ किलोजूल/मोल

$\Rightarrow \quad H_B - H_A = +24$ ...(i)

$B \rightarrow C, \ \Delta H = -18$ किलोजूल/मोल

$\Rightarrow \quad H_C - H_B = -18$ ...(ii)

या $\quad H_B - H_C = +18$

समीकरण (i) तथा (ii) से

$H_C - H_A = 6 \quad \therefore \quad H_B > H_C > H_A$

35. (*b*) ग्रेफाइट की आणविक ऐन्थैल्पी परिवर्तन, $\Delta H = 1$ग्राम ग्रेफाइट की दहन ऐन्थैल्पी $\times$ ग्रेफाइट का अणुभार

$\Delta H = -20 \times 7$ किलोजूल / ग्राम $\times 12$ ग्राम मोल$^{-1}$

$= 2.48 \times 10^2$ किलोजूल मोल$^{-1}$

ऋणात्मक चिन्ह ऊष्माक्षेपी क्रिया को प्रदर्शित करता है।

36. (*d*) अन्तिम ऐन्थैल्पी परिवर्तन, ΔH का मान चक्रीय प्रक्रम के लिये सदैव शून्य होता है क्योंकि ऐन्थैल्पी परिवर्तन अवस्था फलन होती है।

37. (*a*)

38. (*a*) $\Delta H = \Delta E + \Delta n_g RT$

क्योंकि $\quad \Delta n_g = 2 - 4 = -2$

अत: $\quad \Delta H = \Delta E - 2RT$

39. (*c*) $C_6H_6(g) + \frac{15}{2}O_2(g) \longrightarrow 6CO_2(g) + 3H_2O(g)$

$$\Delta n = 6 + 3 - 1 - \frac{15}{2} = +0.5$$

40. (*c*) अवशोषित ऊर्जा $\propto \frac{1}{\text{यौगिक का स्थायित्व}}$

मुक्त ऊर्जा $\propto$ यौगिक का स्थायित्व

अत: स्थायित्व का क्रम है $142.2 > 25.9 > -46.2 > -393.2$

अर्थात् $\quad O_3 > HI > NH_3 > CO_2$

41. (c) $\Delta H = nC_P \Delta T$

प्रक्रम ऊष्मा समतापी है अतः $\Delta G = 0, \Delta H = 0$

42. (d)

43. (d) कार्बन के दहन की क्रिया निम्न प्रकार है

$$\underset{12\text{ ग्राम}}{C(s)} + \underset{32\text{ ग्राम}}{O_2(g)} \longrightarrow \underset{44\text{ ग्राम}}{CO_2(g)}; \Delta H = -393.5 \text{ किलोजूल मोल}^{-1}$$

अतः 44 ग्राम CO_2 में उत्पादन की ऊष्मा = 393.5 किलोजूल मोल$^{-1}$

अतः 35.2 ग्राम CO_2 में उत्पादन की ऊष्मा

$$= \frac{393.5 \text{ किलोजूल} \times 35.2 \text{ ग्राम}}{44 \text{ ग्राम}} = 314.8 \text{ किलोजूल}$$

44. (c)

45. (b) 0.5 मोल $HNO_3 \equiv 0.5$ मोल H^+ तथा 0.3 मोल OH^-

$$0.5 H^+(aq) + 0.3 OH^-(aq) \longrightarrow 0.5 H_2O(l)$$

$$\Delta H = 0.3 \times 57.1 = 17.13 \text{ किलोजूल}$$

46. (d) समी (ii) – (i) से C(ग्रेफाइट) $\longrightarrow$ C (हीरा)

$$\Delta H = -393.4 - (-395.3) = +1.9$$

47. (b) समीकरण के लिये,

$$H_2 + S + 2O_2 \longrightarrow H_2SO_4$$

समी (I) + (II) + (III) + (IV)

$$\Delta H = -287.3 + (-298.2) + (-98.7) + (-130.2)$$

$$= -814.4 \text{ किलोजूल}$$

48. (a)

49. (b) $\Delta_r H^\ominus$ = H_2 की बन्ध ऊर्जा + Br_2 की बन्ध ऊर्जा − 2 × बन्ध ऊर्जा HB

$$= 435 + 192 - (2 \times 368) \text{ किलोजूल मोल}^{-1}$$

$$\Rightarrow \Delta_r H^\ominus = -109 \text{ किलोजूल मोल}^{-1}$$

50. (a) $q_p = \Delta H = -30.5$ किलोजूल मोल$^{-1}$

284 ग्राम CCl_4 के आवश्यक ऊष्मा

$$= \frac{284 \text{ ग्राम}}{154 \text{ ग्राम मोल}^{-1}} \times 30.5 \text{ किलोजूल मोल}^{-1} = 56.2 \text{ किलोजूल}$$

51. (d)

52. (d) चूँकि 18.0 ग्राम H_2O = 1 मोल H_2O

1 मोल H_2O को वाष्प में बदलने के लिये ऐन्थैल्पी परिवर्तन

= 40.79 किलोजूल

2 मोल H_2O को वाष्प में बदलने के लिये = 2 × 40.79 किलोजूल

= 81.58 किलोजूल

अतः 100° सेन्टीग्रेड ताप तथा 1 बार दाब पर वाष्पन की मानक ऐन्थैल्पी

$$\Delta_{\text{वाष्पन}} H^\circ = +40.79 \text{ किलोजूल मोल}^{-1}$$

53. (c) उदासीनीकरण की ऊष्मा कम होगी – 57.33 किलोजूल प्रति मोल से क्योंकि इसमें ऊष्मा की कुछ मात्रा MgO को तोड़ने में खर्च होगी। (चूँकि MgO एक दुर्बल क्षार है)

54. (a) $C(s) + \frac{1}{2} O_2(g) \longrightarrow CO_2(g); \quad \Delta H_1 = -26.4$

$$C(s) + O_2(g) \longrightarrow CO(g); \quad \Delta H_2 = -96.0$$

इस क्रिया में $CO + \frac{1}{2} O_2 \longrightarrow CO_2; \quad \Delta H_l = ?$

$$\Delta H = -94 - (-26.4) = -67.6 \text{ किलोकैलोरी}$$

55. (a) चूंकि प्रक्रम ऊष्माक्षेपी है, ऊष्मा उत्पन्न होती है अतः पानी का ताप बढ़ता है।

56. (c)

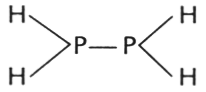
57. (b) बन्ध ऊर्जा C—H बन्ध की $= \frac{-166}{4} = -41.5$ किलोजूल प्रति मोल

58. (b)

59. (b) **पद I** P—H बन्ध की बन्ध ऊर्जा ज्ञात करने के लिये, चूँकि यह $PH_3(g)$ की वियोजन की ऊष्मा का $\frac{1}{3}$ गुना होता है अतः

$$= \frac{228}{3} = 76 \text{ किलोकैलोरी प्रति मोल}$$

पद II P_2H_4 की संरचना होगी



अतः इसमें P—H बन्ध है तथा एक P—P बन्ध है अतः कुल ऊर्जा 4 × P—H + P—P बन्ध = वियोजन की ऊष्मा

P_2H_4 की P—P

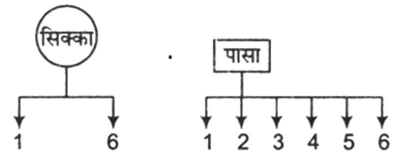
बन्ध ऊर्जा = 335 − 4(76) = 335 − 304

= 31 किलोकैलोरी प्रति मोल

60. (b) CH_4 की आवश्यक मात्रा $= \frac{445.15 \times 16}{890.3} = 8$ ग्राम

MATHEMATICS

61. (b)



सिक्के में कुल सम्भावित स्थितियों की संख्या = 2

पासे पर सम्भावित कुल स्थितियों की संख्या = 6

(i) एक सिक्का तथा एक पासा दोनों को उछालने पर प्राप्त संख्याओं का योग 3 होने की केवल एक सम्भावना (1, 2) है।

∴ अभीष्ट प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{1}{2\times 6} = \frac{1}{12}$$

62. (c) अंग्रेजी वर्णमाला में 26 अक्षर होते हैं, जिनमें 5 स्वर (a,ei,o,u) तथा 21 व्यंजन हैं।

दिया गया शब्द निम्न है, A S S A S S I N A T I O N

स्वरों की संख्या = 3(A) + 2(I) + 1(O) = 6

व्यंजनों की संख्या = 7

अक्षरों की कुल संख्या = 13

(i) P (स्वर) $= \frac{6}{13}$

(ii) P (व्यंजन) $= \frac{7}{13}$

63. (c) अनुकूल घटनाएँ = 3

∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

64. (d) 10 या 10 से अधिक जहाँ 5 एक पासे पर हो, की दशा

= {(5, 6), (6, 5), (5, 5)} हैं।

∴ $n(E) = 3$

तथा $n(S) = 36$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

65. (b) माना कुल विद्यार्थी 100 हैं जिसमें से 60% लड़की rFkk 40% लड़के हैं।

लड़कों की संख्या = 40

लड़कियों की संख्या = 60

गणित में 25% लड़कों की संख्या $= \frac{25}{100}\times 40$

= 10 लड़के

गणित में 10% लड़कियों की संख्या $= \frac{10}{100}\times 60 = 6$ लड़की

अतः गणित में 16 विद्यार्थी हैं।

∴ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

66. (b) $S = [BBB, BBG, BGB, GBB, GGB, GBG, BGG, GGG]$

$E = [BBB, BBG, BGB, GBB, GGB, GBG, BGG]$

∴ $n(E) = 7$

व $n(S) = 8$

∴ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{7}{8}$

67. (c) एक सिक्के को A व B एकान्तर क्रम में सिक्के उछालते है rc fpr प्राप्त करने वाला खेल जीतता है, तब उनके विजयी होने dh lxr प्रायिकता क्रमशः 1/3 व 2/3 हैं।

68. (b) एक लीप वर्ष में 366 दिन होते हैं जिसमें 52 सप्ताह व दो दिन होते हैं 2 दिनों के जोड़े रवि-सोम, सोम-मंगल, मंगल-बुध, बुध-गुरु, गुरु-शुक्र, शुक्र-शनि, शनि-रवि

P(53 शुक्रवार) $= \frac{2}{7}$; P(53 शनिवार) $= \frac{2}{7}$

P (53 शुक्रवार व 53 शनिवार) $= \frac{1}{7}$

अतः P (53 शुक्रवार या 53 शनिवार)

$= P$ (53 शनिवार) $+ P$ (53 शुक्रवार)

$- P$ (53 शुक्रवार व 53 शनिवार)

$$= \frac{2}{7} + \frac{2}{7} - \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

69. (b) एक वर्ष (जो लीप वर्ष न हो) में 365 दिन होते हैं। जिनमें 52 सप्ताह rFkk एक दिन होता है। वह सोमवार, मंगलवार, बुद्धवार, बृहस्पतिवार, 'kØokj शनिवार या रविवार हो सकता है।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= P$(53 मंगलवार) $+ P$(53 बुद्धवार)

$- P$(53 मंगलवार $\cap$ 53 बुद्धवार)

$$= \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - 0 = \frac{2}{7}$$

70. (d) कुल तरीके = 4!

fdlh संख्या के 5 से भाज्य होने के लिए, संख्या के इकाई का अंक 0 या 5 gksuk चाहिए। अतः संख्या के इकाई का अंक दो प्रकार (0 या 5) से चुना जा ldrk है। शेष स्थानों पर इंन अंकों को 3! प्रकार से चुना जा सकता है।

∴ vudy तरीकों की संख्या $= 3!\times 2 - 6 = 12 - 6 = 6$

∴ vHkhV प्रायिकता $= \frac{6}{4!} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

71. (c) सभी छः लड़कियों को एक मानते है।

अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{7!6!}{12!} = \frac{1}{132}$

72. (d) माना घटनाएँ A, B तथा C पहले, दूसरे तथा तीसरे सन्तरे अच्छे निकालने की घटना है।

अतः पहला सन्तरा अच्छा निकालने की प्रायिकता, $P(A) = \frac{12}{15}$

तथा दूसरा सन्तरा अच्छा निकालने की प्रायिकता, $P(B) = \frac{11}{14}$

(∵ सन्तरे यादृच्छया बिना प्रतिस्थापन के निकाले जाते हैं। अतः कुल अच्छे बचे सन्तरों की संख्या 11 है)

इसी प्रकार, तीसरे सन्तरे के अच्छे निकलने की प्रायिकता, $P(C) = \frac{10}{13}$

(∵ सन्तरे यादृच्छया बिना प्रतिस्थापन के निकाले जाते हैं। अतः कुल बचे अच्छे सन्तरों की संख्या 10 है)

यदि तीनों सन्तरे अच्छे हों, तो डिब्बे को बिक्री के लिए स्वीकृत किया जाता है। अतः तीनों सन्तरे अच्छे निकलने की प्रायिकता $= \frac{12}{15}\times\frac{11}{14}\times\frac{10}{13} = \frac{44}{91}$

अतः सन्तरे के डिब्बे को बिक्री के लिए स्वीकृत होने की प्रायिकता $= \frac{44}{91}$

73. (c) जब एक पासे को उछाला जाता है, तब उसका परीक्षण प्रतिदर्श समष्टि, $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

माना A घटना 'संख्या सम है' तथा B घटना 'संख्या लाल रंग से लिखी गई है' को निरूपित करते हैं।

∴ $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ तथा $A \cap B = \{2\}$

⇒ $n(A) = 3, n(B) = 3, n(A\cap B) = 1$

अब, $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ तथा $P(A\cap B)=\frac{1}{6}$

तथा $P(A)\times P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\neq\frac{1}{6}=P(A\cap B)$

$\Rightarrow \quad P(A\cap B)\neq P(A)P(B)$

अतः A तथा B स्वतन्त्र घटनाएँ नहीं हैं।

74. (*b*) दिया है, $P(A \text{ नहीं या } B \text{ नहीं})=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \quad P(A' \text{ या } B')=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \quad P(A'\cup B')=\frac{1}{4}\Rightarrow P[(A\cap B)']=\frac{1}{4}$

$[\because P(A'\cup B')=P(A\cap B)']$

$\Rightarrow \quad 1-P(A\cap B)=\frac{1}{4}\Rightarrow P(A\cap B)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \quad$ ...(i)

अब, $P(A)\times P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{7}{12}=\frac{7}{24}\neq\frac{3}{4}$

$\left[\text{दिया है}, P(A)=\frac{1}{2}, P(B)=\frac{7}{12}\right]$

$\Rightarrow \quad P(A)\times P(B)\neq P(A\cap B)$

$\therefore$ घटनाएँ A तथा B स्वतन्त्र घटनाएँ नहीं हैं।

75. (*a*) गेंदों की कुल संख्या $=18$, लाल गेदों की संख्या $=8$ तथा काली गेंदों की संख्या $=10$

$\therefore$ लाल गेंद निकालने की प्रायिकता $=\frac{\text{लाल गेंदों की संख्या}}{\text{कुल गेंदों की संख्या}}=\frac{8}{18}$

इसी प्रकार काली गेंद निकालने की प्रायिकता

$=\frac{\text{काली गेंदों की संख्या}}{\text{कुल गेंदों की संख्या}}=\frac{10}{18}$

(i) P (दोनों गेंद लाल हों) $=P$ (पहली गेंद निकालने में एक लाल गेंद निकली हो और पुनः दूसरी गेंद निकालने में भी लाल गेंद ही निकली हो)

$=\frac{8}{18}\times\frac{8}{18}=\frac{16}{81}$

(ii) P (प्रथम काली तथा दूसरी गेंद लाल निकालने की प्रायिकता)

$=\frac{10}{18}\times\frac{8}{18}=\frac{20}{81}$

(iii) एक काली तथा दूसरी लाल गेंद के निकालने की प्रायिकता

$=P$ (प्रथम गेंद काली तथा दूसरी गेंद लाल है)

$+P$ (प्रथम गेंद लाल तथा दूसरी गेंद काली है)

$=\frac{10}{18}\times\frac{8}{18}+\frac{8}{18}\times\frac{10}{18}=\frac{20}{81}+\frac{20}{81}=\frac{40}{81}$

76. (*b*) A द्वारा समस्या हल करने की प्रायिकता, $P(A)=\frac{1}{2}$

B द्वारा समस्या हल करने की प्रायिकता, $P(B)=\frac{1}{3}$

A द्वारा समस्या न हल करने की प्रायिकता,

$P(A')=1-P(A)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

तथा B द्वारा समस्या न हल करने की प्रायिकता,

$P(B')=1-P(B)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

(i) P (समस्या हल हो जाती है) $=1-P$ (उनमें से किसी के भी द्वारा समस्या हल न होना)

$=1-P(A'\cap B')=1-P(A')P(B')$

(चूँकि A तथा B स्वतन्त्र घटनाएँ हैं इसलिए A' तथा B' घटनाएँ भी स्वतन्त्र होंगी)

$=1-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\right)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

(ii) P (उनमें से ठीक एक के द्वारा समस्या हल किया जाना)

$=P(A)P(B')+P(A')P(B)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$

$=\frac{2+1}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

77. (*b*) घटनाएँ A तथा B स्वतन्त्र हैं यदि $P(A\cap B)=P(A)P(B)$

$\therefore \quad P(A'\cap B')=P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)=1-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]$

$[\because P(A\cup B)'=1-P(A\cup B)]$

$=1-P(A)-P(B)+P(A)P(B)=[1-P(A)][1-P(B)]$

78. (*d*) माना P, B के चुने जाने की प्रायिकता है।

$P(A,B$ में से ठीक एक के चुने जाने की$)=0.6$ (दिया है)

$\Rightarrow P(A$ के चुने जाने B के न चुने जाने की, B के चुने जाने A के न चुने जाने की$)=0.6$

$\Rightarrow \quad P(A\cap B')+P(A'\cap B)=0.6$

$\Rightarrow \quad P(A)P(B')+P(A')P(B)=0.6$

$\Rightarrow \quad (0.7)(1-p)+(0.3)p=0.6$

$\Rightarrow \quad p=0.25$

अतः B के चुने जाने की प्रायिकता 0.25 है।

79. (*d*) निकाली गई गेंद लाल रंग की होने पर निम्नलिखित दो स्थितियाँ हो सकती हैं

(i) गेंद पहले थैले से निकाली गई है।

(ii) गेंद दूसरे थैले से निकाली गई है।

माना घटना E_1 'पहले थैले के चुने जाने' तथा घटना E_2 'दूसरे थैले के चुने जान को निरूपित करता है तथा घटनाएँ E_1 एवं E_2 परस्पर अपवर्जी तथा परिपूर्ण घटनाएँ हैं और $P(E_1)=P(E_2)=\frac{1}{2}$

माना घटना E 'निकाली गई गेंद लाल है' को निरूपित करता है।

$\therefore P\left(\frac{E}{E_1}\right)=P$ (पहले थैले से एक लाल गेंद निकाली गई) $=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

$P\left(\frac{E}{E_2}\right)=P$ (दूसरे थैले से एक लाल गेंद निकाली गई) $=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $=P\left(\frac{E_1}{E}\right)=\dfrac{P\left(\frac{E}{E_1}\right)P(E_1)}{P\left(\frac{E}{E_1}\right)P(E_1)+P\left(\frac{E}{E_2}\right)P(E_2)}$

$$=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{4}+\frac{1}{8}}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{2+1}{8}}=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{8}}=\frac{1}{4}\times\frac{8}{3}=\frac{2}{3}$$

80. (*a*) माना एक 2 कोटि के सारणिक जिसके अवयवों की संख्या 4 है तथा सभी अवयव शून्य या एक है।

सारणिकों की कुल संख्या $=2^4=16$

जिसके धनात्मक सारणिक केवल $\begin{vmatrix}1&0\\0&1\end{vmatrix}, \begin{vmatrix}1&0\\1&1\end{vmatrix}$ तथा $\begin{vmatrix}1&1\\0&1\end{vmatrix}$ हैं।

चूँकि उपरोक्त सारणिक के प्रत्येक अवयव को चुने जा सकने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=3\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{16}$

वैकल्पिक विधि

यहाँ, कुल परिणामों की संख्या $=16$;

अनुकूल परिणामों की संख्या $=3$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $=\frac{3}{16}$

81. **(d)** माना A तथा B के असफल होने की घटना क्रमशः A' तथा B' द्वारा निरूपित करते हैं।

$$P(A') = 0.2,\ P(A' \cap B') = 0.15$$

$\because$ P (B के अकेले असफल होने की) $= P(B') - P(A' \cap B')$

$\Rightarrow \quad 0.15 = P(B') - 0.15$

$\Rightarrow \quad P(B') = 0.30$

(i) P (A असफल/B असफल हो चुकी हो)

$$= P(A'/B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{0.15}{0.30} = 0.5$$

(ii) P(A के अकेले असफल होने की) $= P$(A के असफल होने की) $- P$(A और B दोनों के असफल होने की) $= P(A') - P(A' \cap B')$ $= 0.2 - 0.15 = 0.05$

82. **(c)** दिया है, $P\left(\frac{A}{B}\right) > P(A) \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} > P(A)$

$\Rightarrow \quad P(A \cap B) > P(A) \cdot P(B)$

$\Rightarrow \quad \frac{P(A \cap B)}{P(A)} > P(B) \Rightarrow P\left(\frac{B}{A}\right) > P(B) \left[\because P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}\right]$

83. **(d)** ताश की एक गड्डी में पत्तों की संख्या $= 52$

52 पत्तों की एक गड्ड़ी में कुल 4 बादशाह होते हैं।

अब, माना घटना E "निकाले गए चारों पत्ते बादशाह होने की घटना है

तब, $P(E) = \frac{^4C_4}{^{52}C_4} = \frac{4! \times 48!}{52 \times 51 \times 50 \times 49 \times 48!}$

$$= \frac{4 \times 3 \times 2}{52 \times 51 \times 50 \times 49} = \frac{24}{52 \times 51 \times 50 \times 49}$$

$$= \frac{1}{270725}$$

84. (b) doy nk ijh{k.k vko';d gku dh ikf;drk
= (igyh e'khu [kjkc gku dh ikf;drk) x(nljh e'khu [kjkc gku dh ikf;drk tcfd igyh e'khu [kjkc gk)

$$= \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

85. **(a)** $7^1 = 7, 7^2 = 49, 7^3 = 343, 7^4 = 2401, \ldots$

$\therefore 7^r, r \in N$ संख्याएँ इकाई के अंक 7, 9, 3, 1, 7, ... के क्रम में अन्तिम होंगी।

$\therefore 7^m + 7^n$ से भाज्य होगा, यदि इकाई का अंक 5 या 0 हो, परन्तु इकाई का अंक 5 नहीं हो सकता है।

m व n के निम्न मानों के लिए यह शून्य होगा।

	m	n
1	$4r$	$4r + 2$
2	$4r + 1$	$4r + 3$
3	$4r + 2$	$4r$
4	$4r + 3$	$4r + 1$

m के दिए गए मान के लिए n के 25 मान होंगे।

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{100 \times 25}{100 \times 100} = \frac{1}{4}$

86. **(a)** प्रश्नानुसार, के अनुसार किसी संख्या का अन्तिम अंक 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 हो सकता है। इस प्रकार संख्या का अन्तिम अंक 10 तरीकों के माध्यम से ज्ञात किया जा सकता है। इसलिए संख्याओं को ज्ञात करने के तरीकों को 10^n लिख सकते है परन्तु संख्या का अन्तिम अंक 1, 3, 7 या 9 हो, तो कोई भी संख्या सम या 0 या 5 अन्तिम अकं में स्थापित नहीं हो सकती है। इस प्रकार हमारे पास चार अंक 1, 3, 7 या 9 है, जो n संख्या के अन्तिम में स्थापित प्रयोग किए जा सकते हैं। अतः अनुकूल संख्या को ज्ञात करने के 4^n तरीके है।

इसलिए, अभीष्ट प्रायिकता है

$$= \frac{4^n}{10^n} = \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

87. **(a)** $\because$ कुल दशाओं की संख्या $= 9999$

तथा अनुकूल दशाओं की संख्या $= 10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5040$

$\therefore$ अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{5040}{9999}$

88. **(a)** जहाज A, B, C के सही पहुँचने का अनुपात क्रमशः 2 : 5, 3 : 7 तथा 6 : 11है। अतः जहाज A के सही पहुँचने की प्रायिकता

$$= 2/(2+5) = 2/7$$

जहाज B के सही पहुँचने की प्रायिकता

$$= 3/(3+7) = 3/10$$

तथा जहाज C के सही पहुँचने की प्रायिकता

$$= 6/(6+11) = 6/17$$

अतः सभी जहाजों के सही पहुँचने की प्रायिकता

$$= (2/7) \times (3/10) \times (6/17) = \mathbf{18/595}$$

89. **(a)** यहाँ, $A = \{2, 3, 4, 5\}$

$\therefore \quad P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

लेकिन पासा चार बार उछाला जाता है।

अतः अभीष्ट प्रायिकता

$$= \left(\frac{4}{6}\right)\left(\frac{4}{6}\right)\left(\frac{4}{6}\right)\left(\frac{4}{6}\right) = \frac{16}{81}$$

90. **(a)** कोटि 1 और 2 क्रमशः विजेता और द्वितीय स्थानक है। किसी भी स्थिति में दोनों एकसाथ दौड़ते हैं। इस प्रकार, अभीष्ट प्रायिकता है $30/31 \times 14/15 \times 6/7 \times 2/3 = 16/31$